

# KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

des millions de participants dans le monde

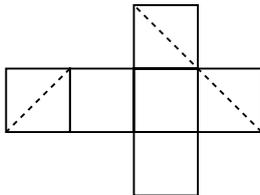
Jeudi 18 mars 2004 – Durée : 50 minutes

Épreuve Juniors (Lycées)

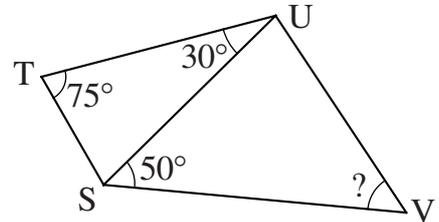
# J



- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
- **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
- Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (un maximum de réponses consécutives sans erreur depuis la première question). Environ 1 participant sur 6 reçoit un prix. **Les classements sont séparés**, d'une part pour les lycées professionnels ou d'enseignement général, d'autre part pour les [2<sup>nde</sup>], les [1<sup>ère</sup>S], les [1<sup>ère</sup>non S] et les [T<sup>ale</sup>non S].
- *Les Malices du Kangourou destinées à tous (32 pages mathématiques en couleurs), ainsi que les résultats du concours et les cadeaux, seront envoyés dans les lycées pour permettre une remise des prix le vendredi 28 mai.*

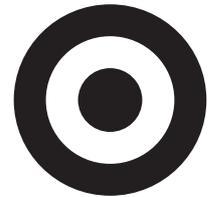
- 
- 1** Quel est le résultat de l'expression  $(1 - 2) - (3 - 4) - (5 - 6)$  ?  
A) -2                      B) -1                      C) 0                      D) 1                      E) 2
- 2** Paul, le jardinier, a cueilli 2004 fruits. La moitié est constituée de cerises, un quart d'abricots. Combien de ses fruits ne sont ni des cerises, ni des abricots ?  
A) 167                      B) 334                      C) 501                      D) 1002                      E) 1837
- 3** En repliant le patron du cube ci-contre, les segments pointillés forment une figure plane. Laquelle ?  
A) un triangle équilatéral  
B) un rectangle, mais pas un carré                      C) un triangle rectangle  
D) un carré                      E) un hexagone
- 
- 4** 360 000 secondes, c'est...  
A) 3 heures                      B) 6 heures                      C) 8,5 heures                      D) 10 heures                      E) plus que 10 heures
- 5** Une pyramide a 7 faces, combien a-t-elle d'arêtes ?  
A) 8                      B) 9                      C) 12                      D) 18                      E) 21
- 6** Simon joue contre Romain au ping-pong. Si Simon avait cinq points de plus, son score serait le double de celui de Romain. S'il avait sept points de moins, son score serait la moitié de celui de Romain. Combien Simon a-t-il de points ?  
A) 5                      B) 7                      C) 9                      D) 11                      E) 15

- 7** Sur le dessin ci-contre, certains angles sont indiqués.  
Si  $TU = SV$ , quelle est alors la valeur de l'angle  $\widehat{SVU}$  ?
- A)  $30^\circ$                       B)  $50^\circ$                       C)  $55^\circ$   
D)  $65^\circ$                       E)  $70^\circ$



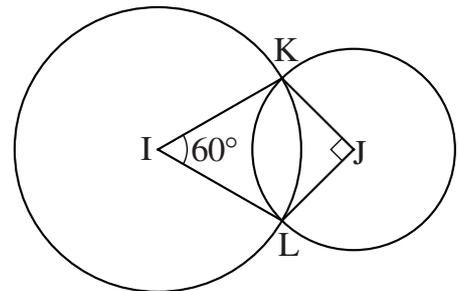
- 8** Jean-Michel a ramassé 30 champignons de deux sortes : des chanterelles et des cèpes. S'il prend au hasard 12 champignons, il y aura au moins une chanterelle parmi eux ; s'il en prend au hasard 20, il y aura au moins un cèpe dans le lot. Combien Jean-Michel a-t-il ramassé de chanterelles ?
- A) 11                      B) 12                      C) 19                      D) 20                      E) 29

- 9** La cible dessinée est formée d'un disque noir entouré de deux anneaux. La largeur de chacun des anneaux est égale au rayon du disque central. L'aire de l'anneau noir est plus grande que celle du disque central noir, mais combien de fois plus grande ?
- A) 2 fois                      B) 3 fois                      C) 4 fois                      D) 5 fois                      E) 6 fois

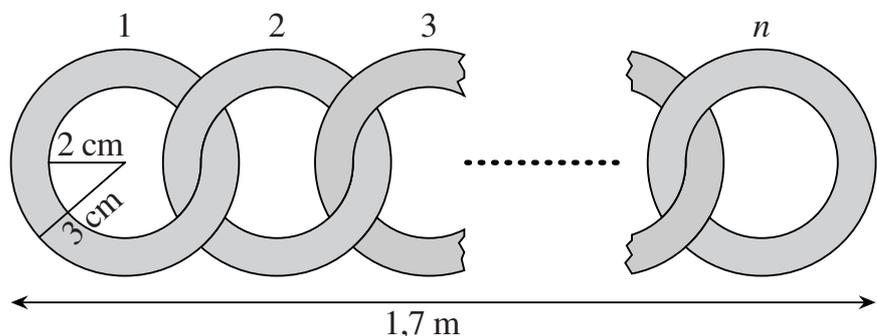


- 10** Trois jeunes filles ont cueilli ensemble 770 noisettes et se les partagent proportionnellement à leurs âges. Pour 3 noisettes prises par Ivana, Gaëlle en prend 4. Pour 7 noisettes prises par Renate, Gaëlle en prend 6. Combien de noisettes reçoit ainsi la plus jeune ?
- A) 264                      B) 256                      C) 218                      D) 198                      E) 180
- 11** Cinq enfants pensent chacun à un nombre qui peut-être 1 ou 2 ou 4. On calcule le produit de ces cinq nombres. Quel peut être le résultat obtenu ?
- A) 100                      B) 120                      C) 256                      D) 768                      E) 2048

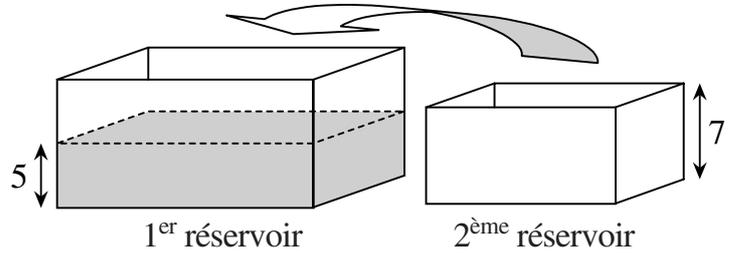
- 12** Deux cercles de centres I et J se coupent en K et L comme le montre la figure. L'angle  $\widehat{KIL}$  mesure  $60^\circ$  et l'angle  $\widehat{KJL}$  mesure  $90^\circ$ . Par combien faut-il multiplier le rayon du petit cercle pour obtenir le rayon du grand cercle ?
- A)  $\frac{4}{3}$                       B)  $\sqrt{2}$                       C)  $\frac{3}{2}$                       D)  $\sqrt{3}$                       E) 2



- 13** On attache ensemble des anneaux comme indiqué ci-contre de façon à former une chaîne de 1,7 m de longueur. Combien d'anneaux sont nécessaires ?
- A) 30                      B) 21  
C) 42                      D) 85  
E) 17



- 14** Un réservoir parallélépipédique de base  $2 \text{ dm}^2$  est rempli jusqu'à une hauteur de  $5 \text{ cm}$ . Un autre réservoir parallélépipédique de base  $1 \text{ dm}^2$  a une hauteur de  $7 \text{ cm}$ ; il est placé, vide, au fond du premier réservoir. L'eau monte alors dans le premier réservoir puis se déverse en partie dans le second. En supposant négligeable l'épaisseur des parois, quelle hauteur l'eau atteint-elle finalement dans le second réservoir ?
- A)  $1 \text{ cm}$       B)  $2 \text{ cm}$       C)  $3 \text{ cm}$       D)  $4 \text{ cm}$       E)  $5 \text{ cm}$



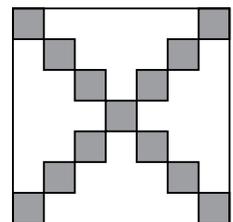
- 15** Dans un jeu à 20 questions, si l'on répond juste on marque 7 points. Si l'on ne répond pas, on ne marque rien. Mais si l'on répond faux, on perd 2 points. Clément a obtenu un score de 87 points. À combien de questions n'a-t-il pas répondu ?
- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

- 16** François a 16 cartes : 4 bleues (B), 4 rouges (R), 4 vertes (V) et 4 jaunes (J). Il veut les placer dans un carré  $4 \times 4$  de telle manière qu'il n'y ait qu'une seule carte de chaque couleur par ligne et par colonne. Dans le carré présenté sur la figure, on voit qu'il a déjà posé cinq cartes. De combien de manières différentes François peut-il compléter le carré ?
- A) 1      B) 2      C) 4      D) 16      E) 128

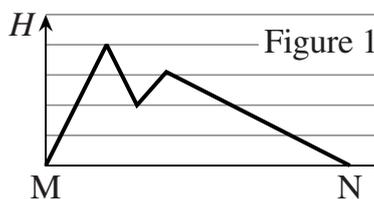
B			
R	B		
	V		
	J		

- 17** Combien y a-t-il de nombres entiers compris entre 100 et 200 et dont les seuls facteurs premiers sont 2 ou 3 ?
- A) 0      B) 2      C) 3      D) 5      E) 6

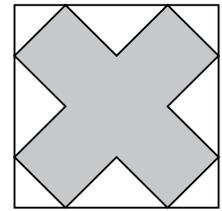
- 18** Dans un carré de côté 2003, les carrés de côté 1 sur les diagonales sont coloriés (la figure montre la situation avec un carré de côté 7). Combien mesure la surface restée blanche ?
- A)  $2002^2$       B)  $2002 \times 2001$       C)  $2003^2$   
 D)  $2003 \times 2004$       E)  $2004^2$



- 19** Mark fait une promenade en montagne. Le profil de son chemin est donné sur la figure 1. Il se rend du point M au point N. Mais, distrait, il lui arrive de laisser tomber quelque objet, qu'il revient chercher au bout d'un moment. Le graphe de son altitude  $H$ , en fonction du temps  $t$ , est donné sur la figure 2. Combien de fois est-il revenu en arrière ?
- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5



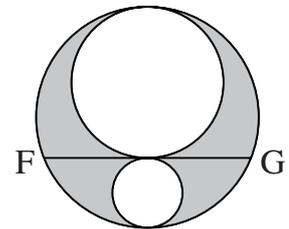
- 20** La figure montre un carré dans lequel est inscrit un dodécagone en forme de croix dont les côtés sont deux à deux perpendiculaires et tous de même longueur. Le périmètre du dodécagone est 36 cm ; quelle est, en  $\text{cm}^2$ , l'aire du carré ?
- A) 48            B) 72            C) 108            D) 115,2            E) 144



- 21** Un tapis d'un centimètre d'épaisseur est roulé de manière à former un cylindre d'un mètre de diamètre. Parmi les suivantes, quelle est la meilleure approximation de la longueur du tapis ?
- A) 20 m            B) 50 m            C) 75 m            D) 150 m            E) 300 m

- 22** On commence par écrire dans des cases une suite de 200 zéros. Puis on ajoute 1 au nombre écrit dans chaque case, puis on ajoute 1 aux nombres d'une case sur deux (à partir de la deuxième), puis on ajoute 1 aux nombres d'une case sur trois (à partir de la troisième) et ainsi de suite. Une fois terminé, c'est-à-dire après avoir rajouté le dernier 1 au nombre de la 200<sup>ème</sup> case, quel est le nombre écrit dans la 120<sup>ème</sup> case ?
- A) 16            B) 12            C) 20            D) 24            E) 32

- 23** L'aire de la partie grisée sur la figure est égale à  $2\pi$ . Quelle est la longueur du segment [FG] ?
- A) 1            B) 2  
C) 3            D) 4  
E) cela dépend des dimensions des 3 cercles.



- 24** On écrit les uns à la suite des autres tous les nombres entiers de 1 à 10 000. Puis on efface tous ceux qui ne sont multiples ni de 5 ni de 11. Parmi les nombres restants, quel est celui qui se trouve alors être le 2004<sup>ème</sup> ?
- A) 1 000            B) 5 000            C) 10 000            D) 6 545            E) 7 348

*Pour départager d'éventuels premiers nationaux ex-æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.*

- 25** Le nombre 2004 est divisible par 12 et la somme de ses chiffres vaut 6. Combien de nombres s'écrivant avec 4 chiffres et strictement inférieurs à 2004 possèdent ces deux propriétés ?
- 26** Quel est le dernier chiffre différent de 0 du produit des cent premiers entiers naturels non nuls ?